

Distribuição do diâmetro de copa e diâmetro quadrático de *Araucaria angustifolia* e *Pinus taeda*

Distribution of the cup diameter and the quadratic diameter of *Araucaria angustifolia* and *Pinus taeda*

Aline Bernarda Debastiani^I, Luciellen Pereira Martins^{II}, Kênia Samara Mourão Santos^{II},
Ana Paula Dalla Corte^{III}, Sylvio Pellico Netto^{III}, Carlos Roberto Sanquetta^{III}

Resumo

As funções de densidade de probabilidade têm várias aplicações florestais, entre as quais o tratamento de dados biométricos e uso em modelagem. O objetivo deste estudo foi verificar qual função densidade de probabilidade melhor se ajusta ao diâmetro de copa (d_{copa}) e ao diâmetro quadrático (d_q), e também analisar o efeito dessas variáveis na estrutura da floresta. O estudo foi realizado com uma base de dados de *Araucaria angustifolia* provenientes de um fragmento florestal, e também com dados de *Pinus taeda* de um plantio florestal, ambos oriundos do estado do Paraná. Para as respectivas áreas de estudo foram delimitadas as copas das árvores com suporte de ortofotos digitais. As funções avaliadas foram: Normal, Log-normal 2P, Beta, Gama, Weibull 3P e Weber. A função que melhor se ajustou à variável d_q para ambas as espécies foi a Normal. Já para a variável d_{copa} , a função de Weibull 3P foi a que apresentou melhor aderência para o fragmento de araucária e a função de Weber para o plantio florestal de pinus.

Palavras-chave: Ortofotos; Mensuração Florestal; Estrutura florestal

Abstract

The probability density functions have several forest applications, among which biometric data processing and modeling use. The objective of this study was to verify which probability density function best fits the cup diameter (d_{copa}) and the quadratic diameter (d_q), and also to analyze the effect of these variables on the forest structure. The study was carried out with a database of *Araucaria angustifolia* from a forest fragment, and also with *Pinus taeda* data from a forest plantation, both from the state of Paraná. For the respective study areas, the crowns of the trees with digital orthophoto support were delimited. The evaluated functions were: Normal, Log-normal 2P, Beta, Gama, Weibull 3P and Weber. The function that best fit the variable d_q for both species was Normal. For the variable d_{copa} , the function of Weibull 3P was the one that presented better adhesion to the Araucaria fragment and the Weber function for the Pinus forest plantation.

Keywords: Orthophotos; Forest measurement; Pinus; Forest structure

^I Engenheira Florestal, Doutoranda pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, Av. Prefeito Lothario Meissner, 632, CEP 80210-170, Curitiba (PR), Brasil. aline.debastiani@gmail.com (ORCID: 0000-0002-9240-3346)

^{II} Engenheiras Florestais, Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, Av. Prefeito Lothario Meissner, 632, CEP 80210-170, Curitiba (PR), Brasil. luciellenpm@gmail.com (ORCID: 0000-0002-8333-4668) / keniak33@hotmail.com (ORCID: 0000-0001-5442-7366)

^{III} Engenheiros Florestais, Dr., Professores do Departamento de Ciências Florestais, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Av. Prefeito Lothario Meissner, 632, CEP 80210-170, Curitiba (PR), Brasil. anapaulacorte@gmail.com (ORCID: 0000-0001-8529-5554) / sylviopelliconetto@gmail.com (ORCID: 0000-0002-3178-1810) / carloissanquettagmail.com (ORCID: 0000-0001-6277-6371)

Introdução

Os modelos de distribuição diamétrica têm sido bastante utilizados, tanto em plantios florestais quanto em florestas nativas, pois fornecem informações detalhadas quanto à estrutura e a partir dessas informações é possível fazer o planejamento dos recursos existentes na floresta. Estudos de Funções Densidade de Probabilidade (FDPs) para distribuição diamétrica têm sido realizados com frequência nos últimos anos, como: Binoti *et al.* (2010), Stepka, Lisboa e Kurchaidt (2011), Téo *et al.* (2012), entre outros. Porém, o uso de FDPs ganhou enfoques diferentes no setor florestal. Atualmente essas distribuições são utilizadas nas mais diversas áreas, como ajuste de modelo para produção de resina de pinus (NANOS *et al.*, 2000), idade de árvores (BONDAREV, 1996), distribuição de altura e área de superfície foliar (BALDWIN *et al.*, 1997). Dentre os diversos modelos de distribuições probabilísticas existentes, as mais utilizadas no setor florestal são as funções Log-normal, Normal, Gama, Beta, SB de Johnson e Weibull (MIRZAEI *et al.*, 2016).

O uso de distribuições probabilísticas permite calcular a probabilidade de ocorrência de um fenômeno por intervalo de classe da variável estudada, o que permite fazer prognoses com certo grau de precisão sobre a quantidade de indivíduos que nela pode permanecer (WEBER; ARCE; PÉLLICO NETTO, 2009).

Dentre os diversos estudos com FDPs aplicados às variáveis dendrométricas mensuradas nas florestas, nenhum trata da descrição da estrutura do diâmetro de copa (d_{copa}) e diâmetro quadrático (d_q) em plantios florestais ou fragmentos florestais, sendo essas variáveis de grande relevância para tomada de decisão.

O d_{copa} está diretamente relacionado com o crescimento e a produção de uma árvore, dada a proporcionalidade existente entre eles. É uma variável laboriosa para ser obtida em campo, mas que pode ser facilmente mensurada a partir de imagens de alta resolução ou de imagens *laser scanner*, embora essa última seja limitada pelo alto custo. Já o d_q é o diâmetro obtido a partir do diâmetro quadrático médio ao longo do fuste da árvore e representa o afilamento do fuste, sendo importante para melhor avaliação de sua forma e obtenção do seu volume.

Tendo em vista a carência de estudos que vise caracterizar a estrutura do d_q e d_{copa} , o objetivo deste estudo é analisar qual FDP se ajusta melhor a essas variáveis dendrométricas em um plantio florestal (*Pinus taeda*) e um fragmento de floresta natural (*Araucaria angustifolia*), e também analisar o efeito dessas variáveis nas respectivas estruturas florestais.

Materiais e métodos

Descrição da área de estudo e obtenção dos dados

O estudo foi conduzido em um fragmento de floresta natural, sendo caracterizado como Floresta Ombrófila Mista, conhecido como Capão da Engenharia Florestal da UFPR, localizado em Curitiba - PR. Foi escolhida a espécie *Araucaria angustifolia*, cujos dados são provenientes de censo com mensuração do dap. A altura foi estimada pelo modelo de Henricksen, usando como base o estudo realizado por Machado *et al.* (2008) e o volume foi obtido de acordo com função volumétrica ajustada por FUPEF (FUNDAÇÃO DE PESQUISAS FLORESTAIS DO PARANÁ, 1978).

O mesmo estudo foi realizado em um plantio florestal de *Pinus taeda* sem desbaste e com aproximadamente 7 anos de idade, localizado na região centro-oeste do Estado do Paraná.

Com base no volume e altura total (ht) foi obtido o diâmetro quadrático (d_q), de acordo com Ko (1968) e Péllico Netto *et al.* (2014), obtido indiretamente conforme Equação 1.

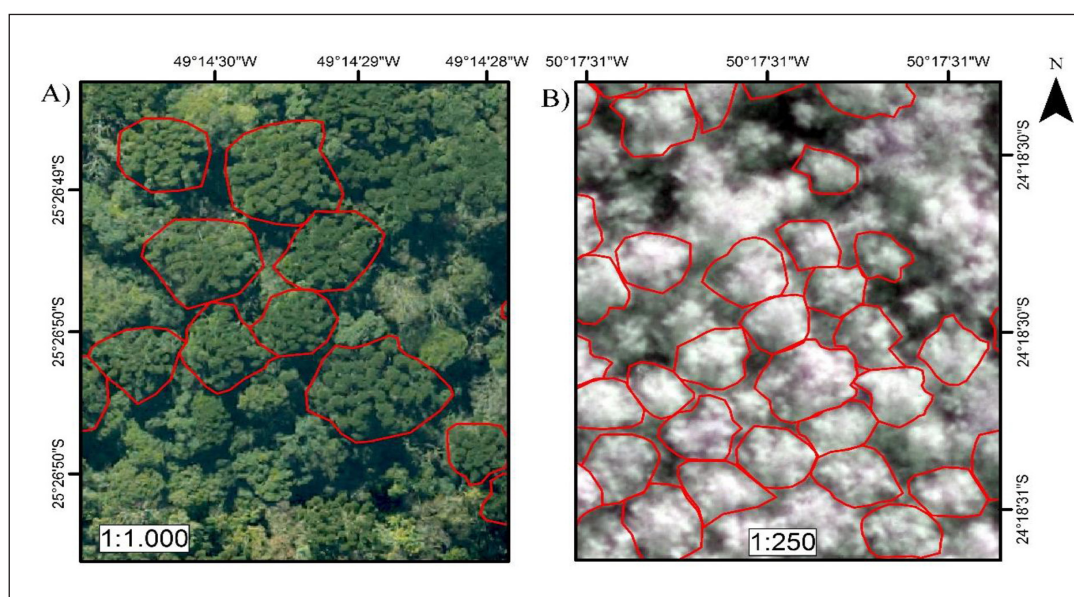
$$d_q = \sqrt{\frac{\text{Volume}}{ht} * \frac{4}{\pi}} \quad (1)$$

Em que: d_q = diâmetro quadrático (cm); ht = altura total (m); volume (m^3); π = número pi.

Foram utilizadas ortofotos das áreas de estudo, nas quais foram delimitadas manualmente todas as copas visíveis das árvores de araucárias e pinus, como estão apresentadas na Figura 1, posteriormente foram calculadas suas áreas, perímetros e respectivos diâmetros das copas (d_{copa}).

Figura 1 – Delimitação da copa das árvores do fragmento florestal de *Araucaria angustifolia* (A) e para o plantio de *Pinus taeda* (B) em parte da área de estudo localizadas no estado do Paraná.

Figure 1 – Delimitation of the canopy of an *Araucaria angustifolia* (A) forest fragment and *Pinus taeda* (B) planting in part of the study area located in the state of Paraná.



A fim de compreender o comportamento dos dados do fragmento de araucária, plantio de pinus e suas relações foram realizadas estatísticas descritivas e correlação linear de Pearson.

Ajuste e avaliação das funções densidade de probabilidade

As curvas de distribuição do d_q e d_{copa} foram construídas com base no número de classes definidos por Sturges (1926), posteriormente, os ajustes foram realizados por máxima verossimilhança no *software* Table Curve 2D, sendo avaliadas as funções: Beta, Gama, Weibull 3 Parâmetros, Normal, Log-normal 2 Parâmetros e Weber (2006) (Tabela 1).

Para verificar a aderência das distribuições probabilísticas, foi aplicado o teste não paramétrico de Kolmogorov-Smirnov (D_{calc}) a 95% de probabilidade (Equação 2). Esse teste é caracterizado por representar a diferença máxima entre as frequências observada e estimada acumuladas. Se D_{calc} for menor que o limite tabelado, se aceita o ajuste, indicando que houve aderência das distribuições testadas nas distribuições reais, ou seja, elas são coerentes com a realidade.

$$D_{\text{calc}} = \frac{\max |Fo(x) - Fe(x)|}{n} \quad (2)$$

Em que: D_{calc} = módulo do desvio máximo observado; $Fo(x)$ = frequência observada acumulada; $Fe(x)$ = frequência estimada acumulada; n = número de observações.

Tabela 1 – Funções de densidade de probabilidade avaliadas para descrever a distribuição do diâmetro de copa (d_{copa}) e diâmetro quadrático (d_q) para árvores de *Araucaria angustifolia* e *Pinus taeda* localizadas no estado do Paraná.

Table 1 – Probability density functions evaluated to describe the distribution of canopy diameter (d_{copa}) and the quadratic diameter (d_q) for *Araucaria angustifolia* and *Pinus taeda* trees located in the state of Paraná.

Nome	Função de Densidade de Probabilidade (FDP)	Restrições
Beta	$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)(b-a)^{\alpha+\beta-1}} (x-a)^{\alpha-1} (b-x)^{\beta-1}$	$\alpha, \beta > 0; -\infty < a < b < +\infty; a < b; a < x < b;$
Gama	$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{(-x/\beta)}$	$\alpha > 0; \beta > 0;$
Normal	$f(x) = \frac{e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$	$\sigma > 0$
Weibull 3P	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{\left(-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)}$	$\alpha > 0; \beta > 0; \lambda \leq x \leq +\infty$
Log-normal 2P	$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} * e^{\frac{-1}{2} * \left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2}$	$x \geq x_{\text{mín}}; \sigma > 0; -\infty < x < +\infty; -\infty < \mu < +\infty$
Weber	$f(x) = \frac{x^a}{(b + c * x)^d}$	$0 \leq x < \infty; d \geq a+1; d \neq a+2; d \neq a+3; a > 0; b > 0; c > 0$

Em que: $f(x)$ = função a ser ajustada; x = variável a ser ajustada; e = constante de Euler; $\ln$ = logaritmo natural; π = número pi; β = Função Beta; Γ = Função Gama; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha, a, b, c, d, k, \beta, \sigma, \mu, \gamma, \delta, \xi, \lambda$ = parâmetros a serem estimados.

No sentido de comparar as curvas de frequência observada e estimada pelas distribuições e saber se existem diferenças significativas entre elas, foi aplicado o teste estatístico do Qui-quadrado (χ^2) (Equação 3).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(f_{ij} - f_{ik})^2}{f_{ik}} \quad (3)$$

Em que: f_{ij} = probabilidade da frequência observada na classe i no ano j ; f_{ik} = probabilidade da frequência estimada na classe i no ano k ; n = número de classes.

A fim de complementar as análises, foram calculados os coeficientes de determinação ajustados ($R^2_{aj.}$) (Equação 4) e erro padrão da estimativa ($S_{yx} \%$) (Equação 5) para posterior definição das distribuições que melhor se ajustaram às frequências observadas.

$$R^2_{aj.} = 1 - \left[\left(1 - \left(1 - \frac{\sum (Fo - Fe)^2}{\sum (Fo - \bar{Fo})^2} \right) \right) * \left(\frac{n-1}{n-p-1} \right) \right] \quad (4)$$

$$S_{yx} \% = \frac{\sqrt{\frac{\sum (Fo - Fe)^2}{n-p}}}{\bar{Fo}} * 100 \quad (5)$$

Em que: p = número de coeficientes do modelo; n = número de observações; Fe = frequência estimada; Fo = frequência observada.

Realizou-se um ranqueamento considerando o $R^2_{aj.}$, $S_{yx} \%$, D_{calc} e χ^2 para definir as FDPs de melhor desempenho.

Resultados e discussão

O total de indivíduos inventariados, com delimitação e mensuração do d_{copa} , foi de 52 pinus e 72 araucárias. O resultado da estatística descritiva com todas as variáveis levantadas está apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Estatística descritiva do diâmetro de copa (d_{copa}), dap, ht, volume e diâmetro quadrático (d_q) do fragmento de floresta de *Araucaria angustifolia* e plantio florestal de *Pinus taeda*, localizadas no estado do Paraná.

Table 2 – Descriptive statistics of crown diameter (d_{copa}), dap, ht, volume and quadratic diameter (d_q) of the *Araucaria angustifolia* forest fragment and *Pinus taeda* forest plant, located in the state of Paraná.

Indicador	Fragmento de <i>Araucaria angustifolia</i>					Plantio de <i>Pinus taeda</i>				
	d_{copa} (m)	dap (cm)	ht (m)	Volume (m ³)	d_q (cm)	d_{copa} (m)	dap (cm)	ht (m)	Volume (m ³)	d_q (cm)
Média	13,05	56,83	18,52	3,25	46,64	2,72	17,35	11,53	0,13	11,94
Mediana	12,92	57,46	18,63	3,25	47,14	2,72	17,48	11,60	0,13	12,03
Curtose	0,20	0,25	1,11	0,22	0,24	-0,38	0,50	2,40	0,61	0,53
Assimetria	0,12	-0,36	-0,82	0,17	-0,35	0,23	-0,25	1,08	0,42	-0,27
Quartil 1	11,60	51,92	18,08	2,58	42,66	2,49	16,09	10,70	0,11	11,13
Quartil 3	14,34	62,16	19,06	3,89	50,95	2,95	18,65	12,10	0,16	12,79
CV%	16,66	13,50	4,17	29,23	13,29	12,90	13,00	9,63	29,40	12,38

Em que: d_{copa} = diâmetro de copa; dap = diâmetro a altura do peito; ht = altura total; d_q = diâmetro quadrático; CV% = coeficiente de variação.

Em média as variáveis do plantio florestal de pinus apresentam valores menores que os encontrados para o fragmento de araucária, pois se trata de um plantio homogêneo com apenas 7 anos de idade.

Observa-se pouca variabilidade entre as variáveis mensuradas para a araucária e pinus. Acredita-se que esse fato possa ser justificado para o caso das araucárias, em que as árvores selecionadas foram aquelas possíveis de visualização e delimitação das copas, sendo as que se sobressaíram no dossel do fragmento, seguindo, portanto, um mesmo padrão em suas dimensões. Já para o plantio de pinus, a baixa variabilidade era esperada por se tratar de um plantio de mesma idade, material genético e tratos silviculturais.

A análise de dispersão interquartil ($Q3-Q1$) revela que, para o d_q da araucária, 50% dos indivíduos estão compreendidos em uma amplitude de 8,29 cm, entre os diâmetros 42,66 e 50,95 cm, ao passo que para o d_q do pinus essa amplitude é menor, sendo 1,66 cm, entre os diâmetros 11,13 e 12,79 cm. Já para o d_{copa} da araucária 50% dos dados estão entre os diâmetros 11,60 e 14,34 m, amplitude maior do que o resultante do plantio de pinus, em que os diâmetros estão entre 2,49 e 2,95 m.

Ao analisar a estatística descritiva sobre a curva, a araucária apresentou-se de forma quase normal para as duas variáveis, levando em consideração o índice de assimetria de Pearson ($d_{copa} = -0,08$ e $d_q = -0,04$), ambas tendendo levemente para assimetria negativa ($As < 0$). Para o pinus, os valores do coeficiente de Pearson ($d_{copa} = 0,02$ e $d_q = -2,72$) mostraram haver leve assimetria positiva para a variável d_{copa} , porém, próxima à simetria, enquanto o coeficiente para d_q apresentou alta assimetria negativa.

Quanto à curtose, o coeficiente mostrou que ambas as variáveis para a espécie pinus são platicúrticas, ou seja, a distribuição comporta-se de forma mais achatada, com coeficiente de curtose menor que 0,263. Para a araucária ambas as variáveis apresentaram forma de distribuição leptocúrtica ($K < 0,263$), assim como no estudo realizado por Schikowski *et al.* (2016), no qual obteve o mesmo resultado de curtose para distribuição diamétrica em um povoamento de araucária no município de São João do Triunfo, PR, ao longo do período de 1995 a 2014.

A partir dos valores obtidos na Tabela 2, foi possível calcular o número e o intervalo de classes das variáveis estudadas. Para a araucária, ambas as variáveis resultaram em oito classes definidas pela equação de Sturges, sendo a amplitude do d_{copa} de 10,7 m, intervalo de classes de 1,5 m e para o d_q a amplitude é de 33,5 cm e 4,7 para o intervalo de classe. Para o pinus, foram obtidas sete classes para ambas as variáveis, com amplitude de 1,481 m e intervalo de 0,2 m para o d_{copa} e amplitude de 7,15 cm com intervalo de 1,07 cm para a classe de d_q .

Ao realizar a correlação linear de Pearson entre o d_q e o fator de forma para a araucária foi de -0,926 e para o plantio de pinus a correlação foi de -0,989, sendo inversamente proporcional, ou seja, à medida que aumenta o d_q o fator de forma diminui. Segundo Favalessa *et al.* (2012) e Figueiredo Filho *et al.* (2015) conhecer o perfil do tronco é importante no processo de produção florestal, uma vez que auxilia na obtenção mais precisa do volume, além de ser fundamental na determinação e na otimização dos sortimentos das árvores, influenciando no melhor aproveitamento para os diversos subprodutos. Sabendo-se como a competição pode influenciar no fator de forma e conhecendo o comportamento da estrutura florestal, tais informações possibilitarão o planejamento e o estudo da viabilidade econômica desses povoamentos.

A Tabela 3 apresenta as estatísticas e coeficientes resultantes do ajuste das FDPs e na Figura 2 é possível observar graficamente o comportamento das curvas de distribuição.

O ranqueamento indica que a distribuição Normal apresentou o melhor desempenho dos valores estimados para o d_q , para as duas espécies. Essa resultou em S_{yx} de 7,71% para araucária e 5,81% para pinus e R^2 de 0,93 para ambas as espécies. Observa-se que graficamente a distribuição de Weibull 3P foi a que melhor se ajustou à distribuição do d_q de araucária e de pinus.

De acordo com o teste de Kolmogorov-Smirnov todas as FDPs foram aderentes, tanto para a araucária quanto para o pinus, ou seja, todas as distribuições probabilísticas aderiram bem à distribuição dos dados do d_q , indicando que são coerentes com a realidade.

Tabela 3 – Parâmetros de ajuste e aderência das funções de densidade de probabilidade (FDPs) a partir dos testes de Kolmogorov-Smirnov (D_{calc}), $R^2_{aj.}$, $S_{yx}\%$, χ^2 e ranqueamento de desempenho para o diâmetro quadrático (d_q).

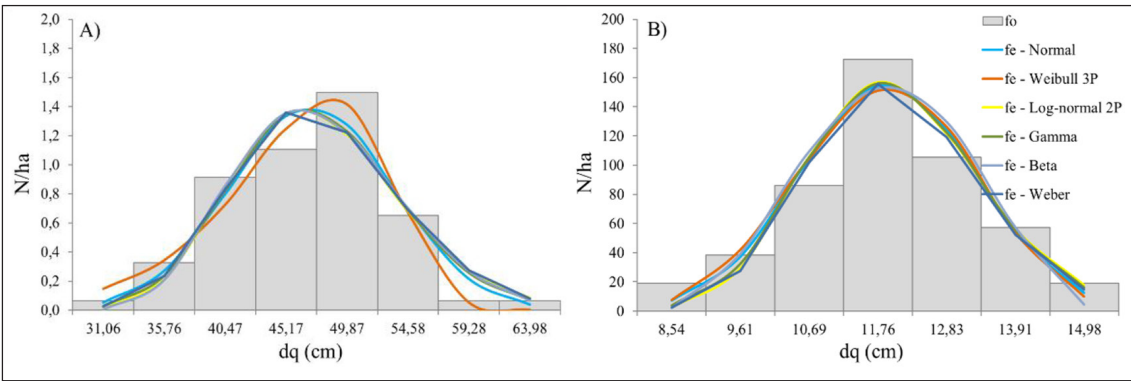
Table 3 – Adjustment and adherence parameters of the probability density functions (FDPs) from the Kolmogorov-Smirnov (D_{calc}), $R^2_{aj.}$, $S_{yx}\%$, χ^2 tests and performance ranking for the quadratic diameter (d_q).

	Função	Parâmetros	$D_{cal} (5\%)$	$R^2_{aj.}$	$S_{yx} \%$	χ^2	Rank
araucária	Beta	a=6,443; b= 13,565	0,0573 ^{ns}	0,899	9,26	20,47 ^{ns}	5
	Gama	α =55,625; β =0,854	0,0527 ^{ns}	0,908	8,82	59,96*	4
	Normal	σ =47,134; μ =6,270	0,0389 ^{ns}	0,930	7,71	3,61 ^{ns}	1
	Log-normal 2P	σ =3,856; μ =0,135	0,0611 ^{ns}	0,895	9,42	7,46 ^{ns}	6
	Weibull 3P	α =-87,867; β =136,702; γ =24,501	0,0204 ^{ns}	0,964	5,55	698,72*	2
	Weber	a=72,692; b= 2,028; c= 0,015; d= 279,521	0,0502 ^{ns}	0,899	9,26	6,03 ^{ns}	3
pinus	Beta	a= 4,087; b= 3,797	0,0341 ^{ns}	0,886	7,57	20,16*	6
	Gama	α = 77,247; β = 0,155	0,0420 ^{ns}	0,932	5,84	38,34*	4
	Normal	σ =11,915; μ =1,367	0,0252 ^{ns}	0,933	5,81	3,18 ^{ns}	1
	Log-normal 2P	σ =2,483; μ = 0,114	0,0504 ^{ns}	0,930	5,91	11,95 ^{ns}	5
	Weibull 3P	α =7,325; β =5,038; γ =3,777	0,0231 ^{ns}	0,916	6,51	3,77 ^{ns}	2
	Weber	a=114,548; b= 1,446; c=0,048; d= 405,677	0,0566 ^{ns}	0,932	5,83	13,42*	3

Em que: $D_{cal} (5\%)$ = teste de Kolmogorov-Smirnov; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação; $S_{yx} \%$ = erro padrão da estimativa; χ^2 = Qui-quadrado; d_q = diâmetro quadrático.

Figura 2 – Curvas da distribuição do diâmetro quadrático (d_q) observada e estimada pelas funções de densidade de probabilidade (FDPs) para o fragmento de *Araucaria angustifolia* (A) e plantio de *Pinus taeda* (B), localizados no estado do Paraná.

Figure 2 – Curves of the quadratic diameter distribution (d_q) observed and estimated by the probability density functions (FDP's) for the *Araucaria angustifolia* (A) fragment and *Pinus taeda* (B) planting, located in the state of Paraná.



Por outro lado, as funções Log-normal 2P e Beta apresentaram os resultados menos expressivos de aderência para as frequências estimadas, sendo as menos indicadas para a modelagem do d_q . Para a araucária, a distribuição Log-normal 2P apresentou os piores valores estatísticos, e as distribuições Gama e Weibull 3P foram consideradas significantes pelo teste χ^2 . Já para o pinus, a distribuição Beta apresentou menor aderência, sendo que esta juntamente com a Gama e a Weber, foram consideradas significantes pelo teste χ^2 , indicando que existem diferenças significativas entre as frequências observadas e as estimadas pelas funções Gama e Weibull 3P para o fragmento de araucária, e as funções Gama e Weber para o plantio de pinus.

Nesse contexto, a função Normal é a mais adequada para estimar o d_q de um fragmento de floresta de araucária e também para um plantio de pinus, permitindo quantificar e estratificar os estoques da floresta para a tomada de decisão e planejamento do manejo a ser aplicado nessas áreas.

Corroborando os resultados obtidos para distribuição do d_q , Machado *et al.* (2009) testaram várias FDPs para representar a distribuição diamétrica de *A. angustifolia* (Bert.) O. Ktze., em Curitiba - PR e Carelli Netto (2008) trabalhou para representar a estrutura diamétrica de povoamentos de *Pinus taeda* em diferentes idades na região de Otacílio Costa - SC e, em ambas as pesquisas, os autores concluíram que a distribuição Normal apresentou melhor aderência para as frequências observadas.

Souza *et al.* (2013) estudaram o efeito do sítio e idade na distribuição de alturas de bracingais nativos na Região Metropolitana de Curitiba. As FDPs estudadas foram Gama, Log-normal, Normal, Sb de Johnson e Weibull 3P, sendo que a distribuição Normal foi a que melhor representou os dados do povoamento aos 5 anos de idade.

A Tabela 4 apresenta os parâmetros de ajuste e estatísticas de desempenho e seleção das FDPs, e na Figura 3 é possível observar graficamente o comportamento das curvas para o d_{copa} .

Tabela 4 – Parâmetros de ajuste e aderência das funções a partir dos testes de Kolmogorov-Smirnov (D_{calc}), $R^2_{aj.}$, $S_{yx}\%$, χ^2 e ranqueamento de desempenho para o d_{copa} .

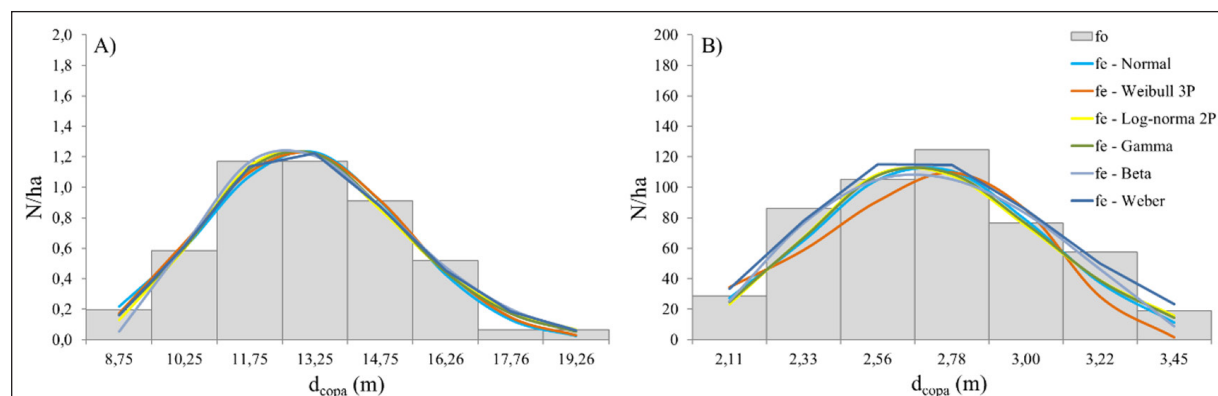
Table 4 – Parameters of adjustment and adherence of the functions from the Kolmogorov-Smirnov (D_{calc}), $R^2_{aj.}$, $S_{yx}\%$, χ^2 and performance scores for the d_{copa} .

	Função	Parâmetros	D_{cal} (5%)	$R^2_{aj.}$	$S_{yx}\%$	χ^2	Rank
araucária	Beta	$a = 3,952; b = 10,920$	0,0340 ^{ns}	0,970	4,29	7,20 ^{ns}	6
	Gama	$\alpha = 33,460; \beta = 0,393$	0,0281 ^{ns}	0,983	3,24	45,57*	3
	Normal	$\sigma = 12,965; \mu = 2,261$	0,0199 ^{ns}	0,981	3,43	1,96 ^{ns}	3
	Log-normal 2P	$\sigma = 2,569; \mu = 0,174$	0,0365 ^{ns}	0,979	3,59	2,03 ^{ns}	5
	Weibull 3P	$\alpha = 7,420; \beta = 6,376; \gamma = 2,836$	0,0114 ^{ns}	0,984	3,11	1,69 ^{ns}	1
	Weber	$a = 37,281; b = 1,238; c = 0,016; d = 263,074$	0,0182 ^{ns}	0,982	3,33	1,55 ^{ns}	2
pinus	Beta	$a = 2,256; b = 2,668$	0,0973 ^{ns}	0,914	4,61	2,18 ^{ns}	2
	Gama	$\alpha = 59,797; \beta = 0,045$	0,1231 ^{ns}	0,882	5,38	19,39*	3
	Normal	$\sigma = 2,699; \mu = 0,349$	0,1256 ^{ns}	0,873	5,58	2,57 ^{ns}	5
	Log-normal 2P	$\Sigma = 0,996; \mu = 0,129$	0,1243 ^{ns}	0,881	5,42	1,99 ^{ns}	3
	Weibull 3P	$\alpha = 585,511; \beta = -582,724; \gamma = -1743,48$	0,1795 ^{ns}	0,715	8,37	26,71*	6
	Weber	$a = 73,036; b = 0,919; c = 0,178; d = 213,815$	0,0125 ^{ns}	0,949	3,52	0,614 ^{ns}	1

* Significativo a 95% de probabilidade (D_{tab} araucária = 0,1603, D_{tab} pinus = 0,1886), (χ^2 araucária = 14,067, χ^2 pinus = 12,592). ^{ns}: não significativo a 95% de probabilidade; $D_{cal}(5\%)$ = teste de Kolmogorov-Smirnov; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação; $S_{yx}\%$ = erro padrão da estimativa; χ^2 = Qui-quadrado.

Figura 3 – Curvas da distribuição do diâmetro de copa (d_{copa}) observada e estimada pelas funções de densidade de probabilidade (FDPs) para fragmento de *Araucaria angustifolia* (A) e povoamento de *Pinus taeda* (B), localizados no estado do Paraná.

Figure 3 – Copper diameter (d_{copa}) distribution curves observed and estimated by probability density functions (FDPs) for *Araucaria angustifolia* (A) and *Pinus taeda* (B), located in the state of Paraná.



De acordo com o teste de Kolmogorov-Smirnov (D_{cal}), a hipótese H_0 de todas as FDPs foi aceita, indicando que as funções ajustadas podem ser utilizadas para descrever o d_{copa} , tanto para Araucárias como para pinus.

Considerando o χ^2 , a distribuição Gama foi significativa para representar o fragmento de araucária e as distribuições Gama e Weibull 3P para o plantio de pinus. Tal resultado indica que existem diferenças significativas entre as frequências observadas e estimadas por tais funções, sendo elas não apropriadas para representar as frequências das classes do d_{copa} .

Para a estimativa da distribuição do d_{copa} da araucária, o maior R^2_{aj} (0,984) e o menor S_{yx} (3,11%) foram obtidos para a distribuição Weibull 3P. Ao considerar todas as estatísticas de ajuste e seleção para essa espécie, as distribuições que apresentaram os melhores comportamentos foram a Weibull 3P, Weber e Normal.

Para o pinus o comportamento das distribuições foi semelhante ao encontrado para araucária, em geral a distribuição Weber superestimou e a distribuição de Weibull 3P subestimou a densidade do d_{copa} .

As distribuições para a estimativa da densidade de probabilidade do d_{copa} com melhor desempenho para o plantio de pinus foram a de Weber, Beta e Log-normal 2P, sendo o maior R^2_{aj} (0,949) e menor S_{yx} (3,52%) resultantes para a distribuição de Weber.

De acordo com Scolforo (1998), a distribuição de Weibull é flexível, podendo assumir várias formas para uma ampla faixa de distribuições de dados. Essa distribuição pode ser utilizada tanto para floresta nativa como para plantada.

A distribuição de Weibull 3P que foi classificada no *ranking* como a de melhor desempenho para a distribuição do d_{copa} da araucária foi a que apresentou o pior desempenho para essa mesma variável no plantio de pinus.

De forma geral, as funções se ajustaram melhor ao d_{copa} da araucária, que por ser um fragmento nativo apresenta maior variabilidade, entretanto, a delimitação dos indivíduos do dossel dessa espécie é facilitada pela sua característica estrutural.

Silva (2003) relata que para a área florestal existem situações em que o conjunto de dados gera uma distribuição assimétrica, consequentemente a distribuição Normal improvavelmente apresentará um bom ajuste. Esse mesmo autor ainda comenta que dificilmente a função Normal será aderente em floresta natural. Resultados contrários foram encontrados na presente pesquisa, em que a distribuição Normal não só se ajustou ao d_q e d_{copa} do fragmento nativo de araucária, como foi a melhor distribuição para o d_q .

Corroborando com os resultados deste estudo, Koehler, Coraiola e Péllico Netto (2010) observaram que as distribuições Weibull 3P e Gama quando comparadas a Beta, Exponencial e Normal, foram aderentes aos dados observados pelo teste de Kolmogorov-Smirnov para a modelagem da altura em um povoamento

de araucária de 7 anos, em Tijucas do Sul - PR.

Santos *et al.* (2013) utilizaram as distribuições Normal, Log-normal, Gama e Weibull 3P, sendo que a distribuição de Weibull 3P foi a que melhor se ajustou aos dados para a modelagem da estrutura diamétrica de um povoamento de eucalipto no Estado do Amapá.

Téo *et al.* (2012) testaram as funções Normal, Log-normal, Sb de Johnson, Weibull 3P, Gama, Beta e Weber para representar a distribuição diamétrica de povoamentos de *P. taeda*, com diferentes idades e sítios, localizado na região de Caçador - SC. Os mesmos autores detectaram que a distribuição Sb de Johnson foi a de melhor desempenho e a Log-normal com um dos piores desempenhos.

A análise da distribuição em diâmetros, no presente estudo, das variáveis de diâmetro de copa e diâmetro quadrático são ferramentas que, de acordo com Scolforo *et al.* (1998), podem ser utilizadas para se inferir sobre o passado e o futuro das comunidades vegetais. Em relação ao aspecto de produção, a estrutura diamétrica de uma floresta possibilita caracterizar o estoque de madeira disponível antes de uma exploração e outras tomadas de decisão sobre o aproveitamento da floresta e uso de multiprodutos.

Conclusão

Para o d_q a distribuição Normal, seguida pela de Weibull, foram as que melhores se ajustaram aos dados, tanto para o fragmento de floresta natural de araucária quanto para o plantio florestal de pinus.

Das FDPs estudadas, as que se destacaram para a modelagem do d_{copa} foram a de Weibull e a de Weber para o fragmento de floresta natural de araucária, já para o plantio florestal de pinus, as melhores funções foram a de Weber e a Beta.

A partir dessas informações obtidas através da modelagem é possível tomar decisões em relação ao manejo dessas florestas que afetará o comportamento do d_q e d_{copa} .

Referências

- BALDWIN, V. C. J. R. *et al.* Equations for estimating Loblolly pine branch and foliage weight and surface area distributions. **Canadian Journal of Forest Research**, Ontario, v. 27, p. 918-927, 1997.
- BINOTI, D. H. B. *et al.* Uso da função Weibull de três parâmetros em um modelo de distribuição diamétrica para plantios de eucalipto submetidos e desbaste. **Revista Arvore**, Viçosa, MG, v. 34, n. 1, p. 147-156, 2010.
- BONDAREV, A. Age distribution patterns in open boreal Dahurican larch forests of Central Siberia. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 93, p. 205-214, 1996.
- CARELLI NETTO, C. **Dinâmica da distribuição diamétrica de povoamentos de *Pinus taeda* L. em diferentes idades e espaçamentos**. 2008. 105 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.
- FAVALESSA, C. M. C. *et al.* Equações de sortimentos para *Tectona grandis* na região Centro-sul de Mato Grosso. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 32, n. 72, p. 389-399, 2012.
- FIGUEIREDO FILHO, A. *et al.* Efeito da idade no afilamento e sortimento em povoamentos de *Araucaria angustifolia*. **Floresta e Ambiente**, Seropédica, v. 22, n. 1, p. 50-59, 2015.
- FUNDAÇÃO DE PESQUISAS FLORESTAIS DO PARANÁ. **Inventário florestal do Pinheiro no Sul do Brasil**. Curitiba: FUPEF, 1978. 327 p.
- KOEHLER, A. B.; CORAIOLA, M.; PÉLLICO NETTO, S. Crescimento, tendências de distribuição das variáveis biométricas e relação hipsométrica em plantios jovens de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Ktze., em Tijucas do Sul, PR. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 38, n. 85, p. 53-62, 2010.
- KO, Y. Z. **Beziehungen zwischen form quotienten und formzahl**. 1968. Dissertação (Mestrado) - Fakultät der Albert-Ludwigs Universität zu Freiburg, Freiburg, 1968.
- MACHADO, S. A. *et al.* Comportamento da relação hipsométrica de *Araucaria angustifolia* no capão da Engenharia Florestal da UFPR. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, n. 56, p. 5-16, 2008.
- MACHADO, S. A. *et al.* Distribuição diamétrica de *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. em um fragmento de Floresta Ombrófila Mista. **Scientia Agraria**, Curitiba, v. 10, n. 2, p. 103-110, 2009.

- MIRZAEI, M. *et al.* Modeling frequency distributions of tree height, diameter and crown area by six probability functions for open forests of *Quercus persica* in Iran. **Journal of Forestry Research**, Baneh, v. 27, n. 4, p. 901-906, 2016.
- NANOS, N. *et al.* Modelling resin production distributions for *Pinus pinaster* A it using two probability functions. **Annals of Forest Science**, Les Ulis, v. 57, n. 4, p. 379-377, 2000.
- PÉLLICO NETTO, S. *et al.* Modifications on the Strand's Sampling Method Applied to Stands of *Pinus elliottii* Engelm. **Journal of Applied Mathematics and Physics**, [S.l.], v. 2, p. 593-602, 2014.
- SANTOS, R. O. *et al.* Modelagem da estrutura diamétrica de eucalipto no Estado do Amapá, Amazônia, Brasil. **Revista de Ciências da Amazônia**, Macapá, v. 1, n. 1, 2013.
- SCHIKOWSKI, A. B. *et al.* Dinâmica da distribuição diamétrica de *Araucaria angustifolia* em um remanescente de Floresta Ombrófila Mista no Paraná. **Revista Brasileira de Biometria**, Lavras, v. 34, n. 1, p. 163-182, 2016.
- SCOLFORO, J. R. S. **Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas**. Lavras: UFLA; FAEPE, 1998. v. 1. 443 p.
- SILVA, E. Q. **Nova função densidade de probabilidade aplicável à Ciência Florestal**. 2003. 98 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.
- STEPKA, T. F.; LISBOA, G. S.; KURCHAIT, S. M. Funções densidade de probabilidade para a estimativa da distribuição diamétrica em povoamento de *Eucalyptus* sp na região centro-sul do Paraná. **Ambiência**, Guarapuava, v. 7, n. 3, p. 429-439, 2011.
- STURGES, H. The choice of a class-interval. **Journal of American Statistical Association**, [S.l.], v. 21, n. 153, p. 65-66, 1926.
- SOUZA, R. F. *et al.* Efeito de idade e sítio no ajuste de funções probabilísticas para altura de *Mimosa scabrella*. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 43, n. 2, p. 271-280, 2013.
- TÉO, S. J. *et al.* Desempenho de funções de densidade probabilísticas para descrever a distribuição diamétrica de *Pinus taeda*, na Região de Caçador, SC. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 42, n. 4, p. 741-754, 2012.
- WEBER, S. H. **Desenvolvimento de nova função densidade de probabilidade para avaliação de regeneração natural**. 2006. 74 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.
- WEBER, S. H.; ARCE, J. E.; PÉLLICO NETTO, S. Application of the Weber distribution to the Green Pine Cones Weight. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 33, n. 5, p. 865-872, 2009.